

Exercices pour collégiens et lycéens sur le coronavirus

Transmission boulangère et électorale

par Jacques SIMON, ancien chercheur CNRS du LAJD de Nice

Résumé. Ces exercices ont pour objet de montrer comment le nombre de contacts entre personnes influe sur la propagation d'une épidémie. Et de montrer qu'il suffit de quelques personnes qui en rencontrent beaucoup d'autres pour que la vitesse de propagation explose.

Des exercices de difficulté croissante sont proposés, adaptés à des niveaux scolaires différents. À faire progressivement, pas trop à la fois, pour ne pas se dégoûter.

De quoi dépend la propagation d'un virus ? La vitesse de propagation d'une épidémie dépend de divers facteurs :

- La contagiosité = probabilité de transmission entre deux personnes en contact
- Le type de contact = distance entre personnes et moyens de protection.
- La sociabilité = fréquence de contact entre individus.

D'où les stratégies pour réduire la dangerosité des contacts et leur nombre.

Plus que la sociabilité moyenne, ce qui compte est la présence de quelques personnes très sociables.

Diffusion d'un virus dans un groupe homogène. Regardons un groupe (**groupe H1**) de 1000 personnes ayant chacune 10 contacts quotidiens avec d'autres personnes, qui transmettent chacune la maladie une fois sur 10.

Chaque personne infectée contacte 10 personnes et sur ceux-ci un est infecté. Donc chaque infecté en crée un nouveau chaque jour. À partir d'une seule personne infectée on a donc :

- Jour 1 : $1+1 = 2$ infectés.
- Jour 2 : $2+2 = 4$ infectés.
- Jour 3 : $4+4 = 8$ infectés.
- Jour 4 : $8+8 = 16$ infectés. ... Ca double chaque jour.

Diffusion par les « contacteurs ». Regardons maintenant le groupe (**groupe C**) obtenu en ajoutant à notre groupe de 1000 personnes, 10 autres personnes, que nous appelons les contacteurs, qui sont en contact quotidien avec tous.

Alors, toujours à partir d'une seule personne infectée

- Jour 1 : un seul des 10 contacteurs est infecté par le malade.
- Jour 2 : le contacteur malade infecte un dixième des 100 personnes qu'elle rencontre, c'est-à-dire 10 personnes.
- Jour 3 : ces 10 malades infectent (au moins) 9 des 10 contacteurs, et infectent chacun 1 nouveau. Soit 200 malades plus les 9 contacteurs.
- Jour 4 : les 9 contacteurs malades infectent un grand nombre de personnes (100 nouveaux chacun, moins ceux déjà infectés qu'on ne va pas recompter). ... en quatre jours, une très grande majorité est malade.

Quelques conclusions. Ces exemples ne prétendent pas décrire la réalité. Ils ne servent qu'à illustrer l'importance des personnes en contact fréquent avec les autres. Vous avez reconnu la caissière du supermarché, celle de la boulangerie ... et l'assesseur électoral.

Conclusion 1 : Il est essentiel que les personnes en contacts quotidiens multiples soient bien protégées, pour qu'elles ne deviennent pas malades et qu'elles n'infectent pas les autres : qu'elles soient assez loin des clients, qu'elles aient des masques et des gants pour se protéger. Il peut être utile de leur rappeler si elles l'ont oublié.

Conclusion 2 : une élection à deux tours est un moyen très efficace de diffusion d'un virus : au premier tour, les assesseurs le ramassent ; au second, ils le redistribuent.

A) Exercices sur le groupe homogène (groupe H1).

Exercice 1. Combien y aura-t-il de malades en une semaine ?

Exercice 2. Combien y aura-t-il de malades en deux semaines ?

Calculer pour cela le nombre de malades jour après jour.

Retrouver ce résultat en un seul calcul, à partir de l'augmentation en une semaine.

Exercice 3. Au bout de combien de semaines les 1000 personnes seront toutes malades ?

Exercice 4. Au bout de combien de jours, exactement, les 1000 personnes seront malades ?

B) Exercices sur d'autres groupes homogènes.

Exercice 5. Faire les mêmes calculs qu'en A) pour un groupe (**groupe H2**) de 1000 personnes ayant chacune 5 contacts quotidiens, qui transmettent chacune la maladie une fois sur 5.

Comparer aux résultats du groupe H1.

Exercice 6. Faire les mêmes calculs pour un groupe (**groupe 3**) de 1000 personnes ayant chacune 5 contacts quotidiens, qui transmettent chacune la maladie une fois sur 10.

Comparer aux résultats des groupes H1 et H2.

Exercice 7. Faire les mêmes calculs pour un groupe (**groupe H3**) de 1000 personnes ayant chacune 2 contacts quotidiens avec 10 autres, qui transmettent chacune la maladie une fois sur 10.

Comparer aux résultats des groupes H1 et H3.

Exercice 8. Faire les mêmes calculs pour un groupe (**groupe H4**) de 10.000 personnes ayant chacune 10 contacts quotidiens, qui transmettent chacune la maladie une fois sur 10.

C) Exercice plus difficile.

Exercice 9. Faire les mêmes calculs qu'en A) pour le groupe avec contacteurs (**groupe C**).

D) Exercice encore plus difficile.

Exercice 10. Faire les mêmes calculs qu'en A) pour un groupe (**groupe X**) de n personnes qui ont chacune c contacts et qui ont t fois de chances de transmettre le virus à chaque contact (donc $0 \leq t \leq 1$).

Vérifier qu'on retrouve les résultats calculés en A) et B).

E) Exercices beaucoup plus difficiles.

Exercice 11. Pourquoi les calculs faits en A) sont-ils (un peu) faux ?

Suggestions :

— Quand une personne est malade et que les 10 personnes qu'elle rencontre sont déjà malade, combien cela fait-il de malades en plus ?

— Quand une personne saine attrape deux fois la maladie, cela fait-il deux malades de plus ?

Exercice 12. Essayer de d'encadrer les calculs faits en A), c'est-à-dire, pour chacun d'eux, de trouver un nombre qui majore le nombre de malade et un autre qui le minore.

Remarque : 1.000 et 0 sont des solutions, mais essayer d'en trouver d'autres plus proches du nombre de malade.

Suggestion : Faire d'abord les calculs sur un groupe de 10 personnes ayant chacune 2 contacts transmettant le virus 1 fois sur deux, pour comprendre comment ça marche.